

Ampiezza dell'onda ed energia

Il caso più semplice:

$$s(x, t) = A \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] = A \cos(kx - \omega t)$$

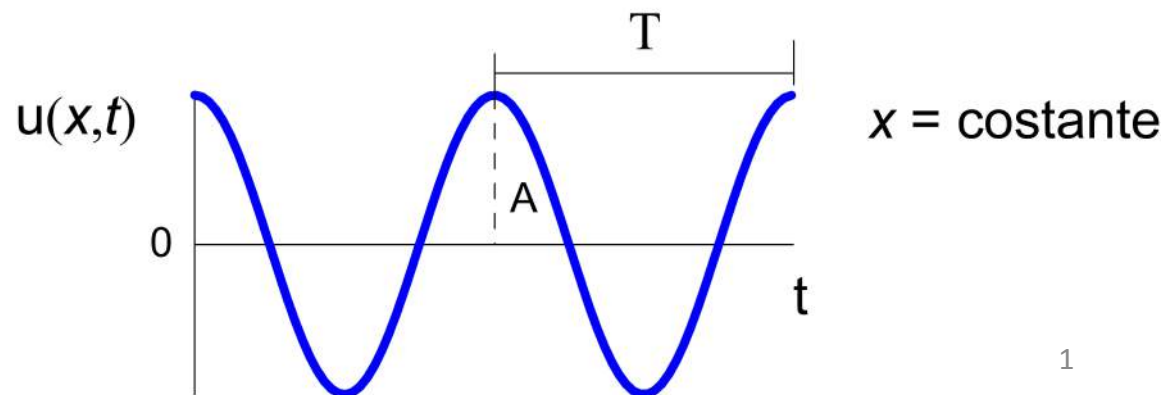
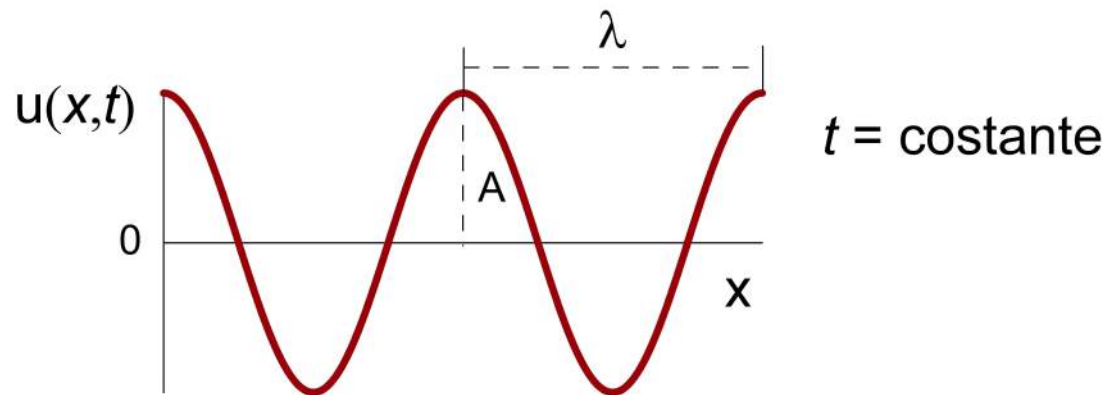
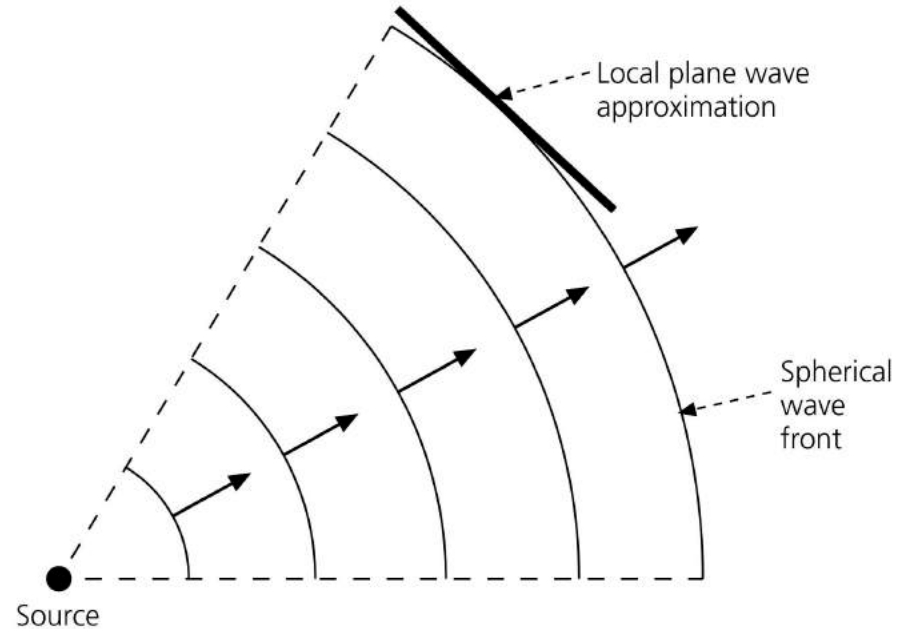


Figure 2.4-2: Approximation of a spherical wave front as plane waves.



man mano che ci si allontana dalla sorgente, l'energia si distribuisce su fronti d'onda più estesi

Si consideri una particella del mezzo in cui si propaga un'onda monocromatica di pulsazione ω . Consideriamo lo spostamento s e la velocità v della particella:

$$s(t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$v(t) = -A\omega \sin(kx - \omega t)$$

L'energia cinetica della particella sarà data da:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m v^2 \\ &= \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \sin^2(kx - \omega t) \end{aligned}$$

$$E_c \propto A^2$$

L'energia cinetica varia da un valore di picco, quando il seno è pari ad 1, ad un valore minimo pari a zero.

$$E_{\max} = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$$

Energia cinetica al tempo t su un **fronte d'onda sferico** di area $4\pi x^2$ sarà:

$$E_c = \left[\frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \sin^2(kx - \omega t) \right] 4\pi x^2$$

Da cui:

$$A \propto \frac{1}{x}$$

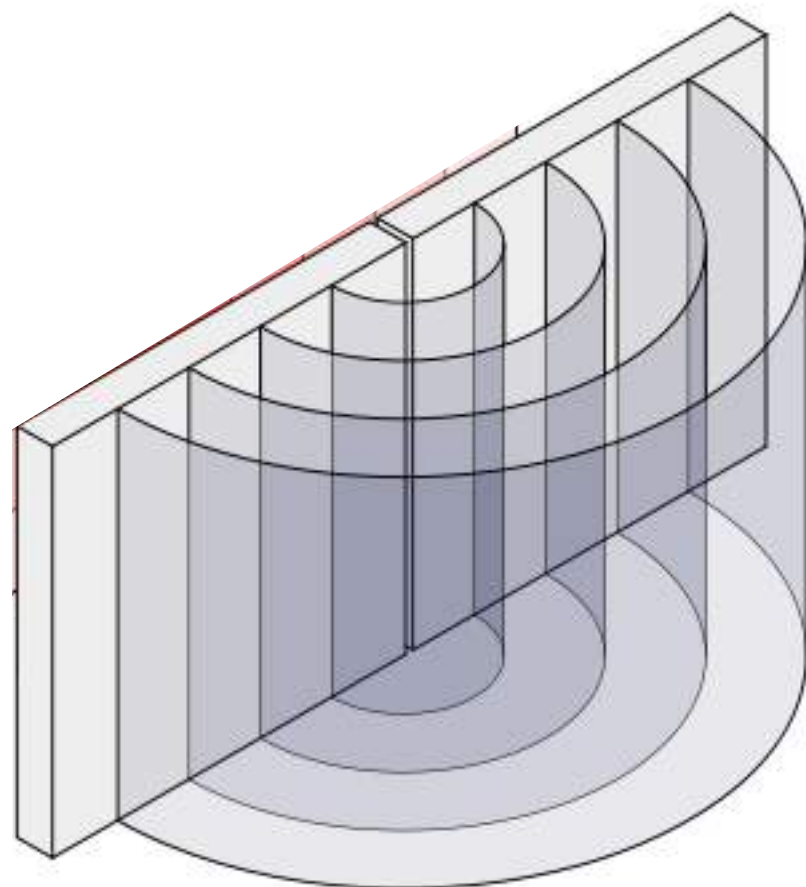
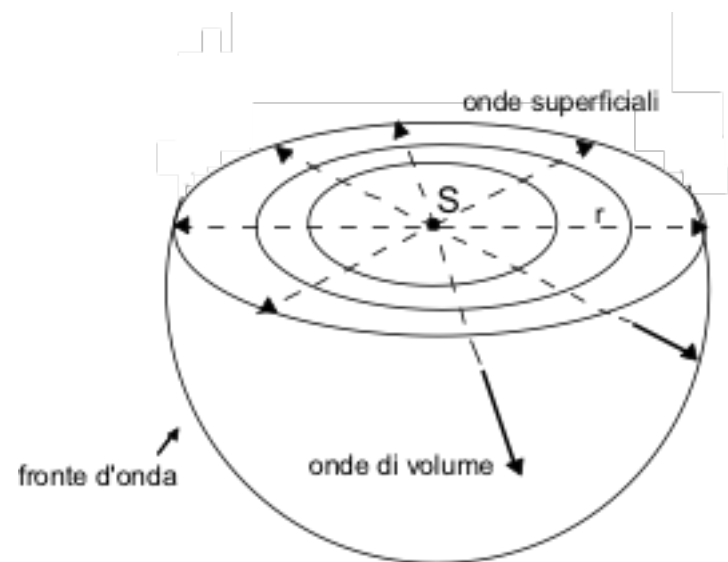
Energia cinetica al tempo t su un **fronte d'onda cilindrico** di area $2\pi xz$, in cui z rappresenta la profondità investigata sarà:

$$E_c = \left[\frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \sin^2(kx - \omega t) \right] 2\pi xz$$

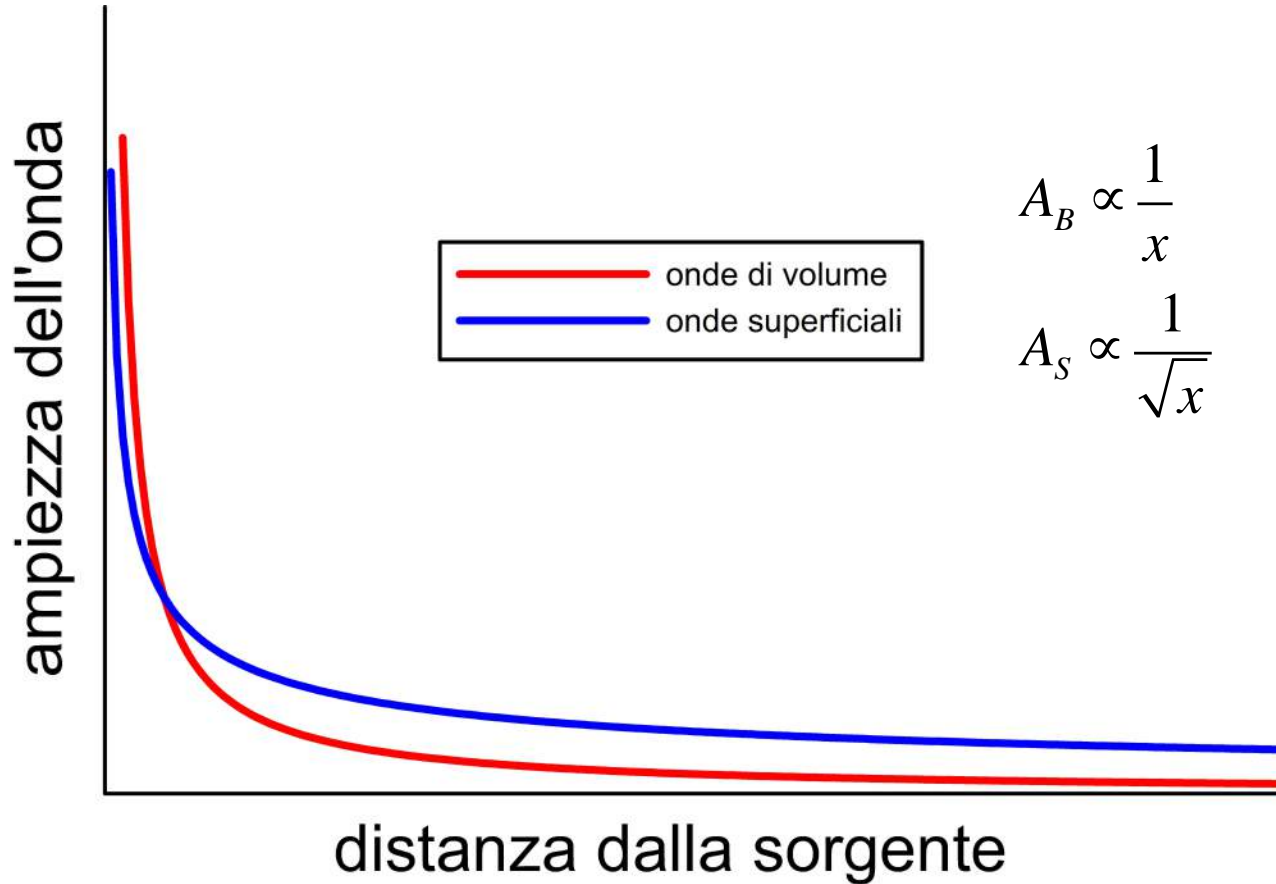
Da cui:

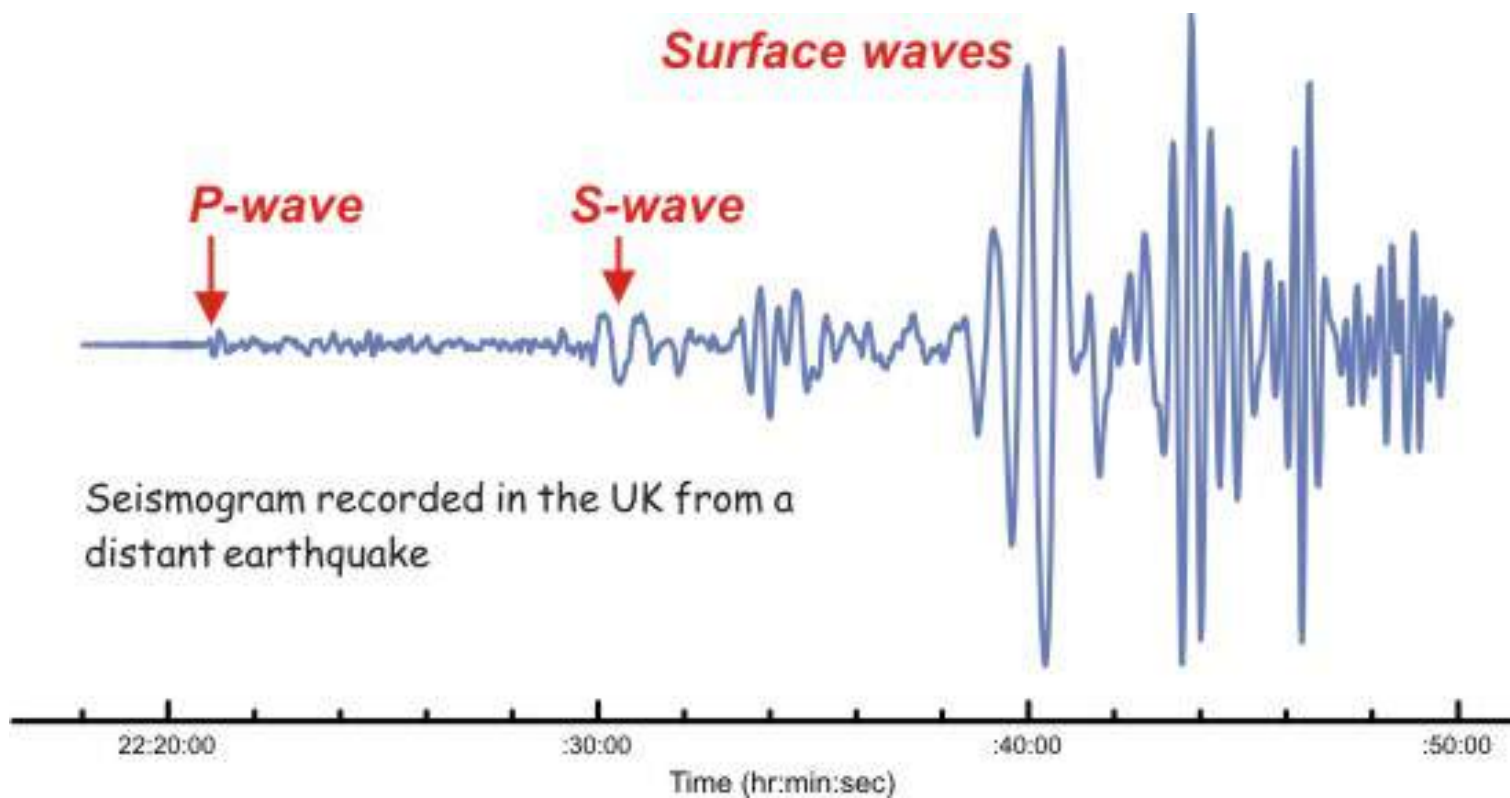
$$A \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$$

fronti d'onda sferici (onde di volume)
fronti d'onda cilindrici (onde superficiali)



Attenuazione geometrica





Attenuazione anelastica

La Terra non è perfettamente elastica: non tutta l'energia che viene prodotta per la generazione e propagazione di onde sismiche è utilizzata in processi di deformazione elastica. Una parte di essa viene spesa per il rilascio di calore, a seguito di fenomeni di attrito interno alle rocce soggette a deformazione.

Il fenomeno che ne deriva è il decadimento di ampiezza delle onde sismiche in funzione della distanza e della frequenza.

Fattore di qualità

$$\frac{1}{Q} = -\frac{\Delta E}{2\pi E}$$

In cui il termine a destra dell'equazione rappresenta la frazione di energia (variazione di energia per unità di energia totale) dissipata in un ciclo da un'onda che si propaga in un mezzo anelastico.

roccia	QP	QS
Argilliti	30	10
Arenarie	60	30
Graniti	250	70-150
Peridotiti	650	280
Mantello intermedio	360	200
Mantello inferiore	1200	520
Nucleo esterno	8000	0

Relazione tra fattore di qualità Q e ampiezza A del moto al suolo

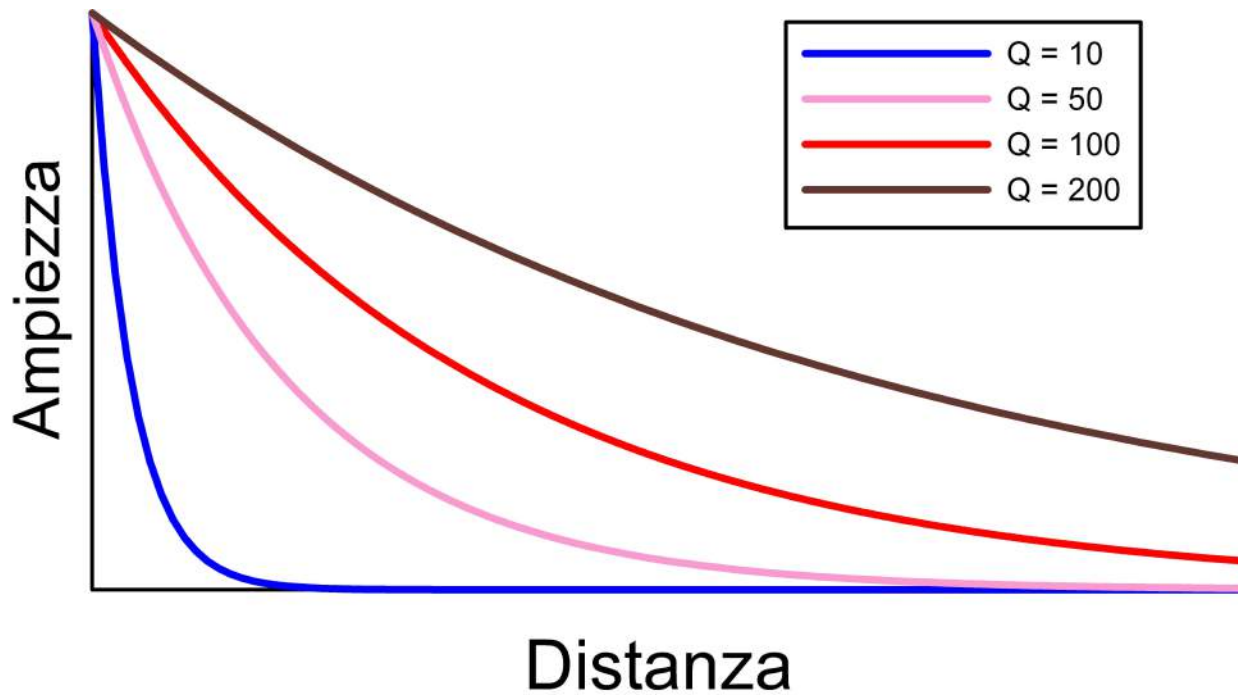
$$A(r, Q, \omega) = A_0 e^{-\frac{\omega r}{2cQ}}$$

$$A(t, Q, \omega) = A_0 e^{-\frac{\omega t}{2Q}}$$

Per una distanza r percorsa, l'ampiezza è tanto più attenuata al decrescere di Q ; c = velocità di propagazione

A grande distanza dalla sorgente l'effetto di attenuazione anelastica è dominante sull'effetto di attenuazione geometrica;

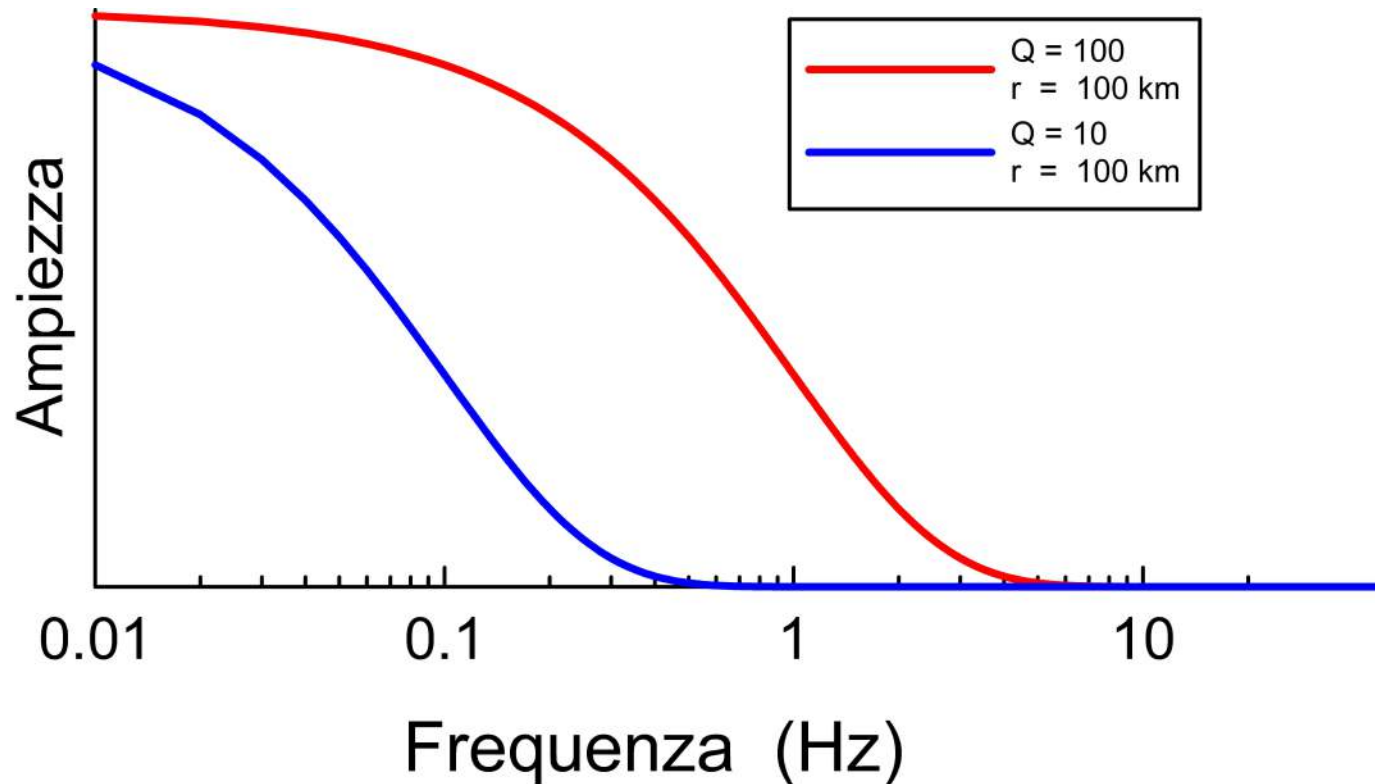
Fissati Q e r l'effetto di attenuazione anelastica è tanto maggiore quanto più elevata è la frequenza



Per una distanza r percorsa, l'ampiezza è tanto più attenuata al decrescere di Q ;

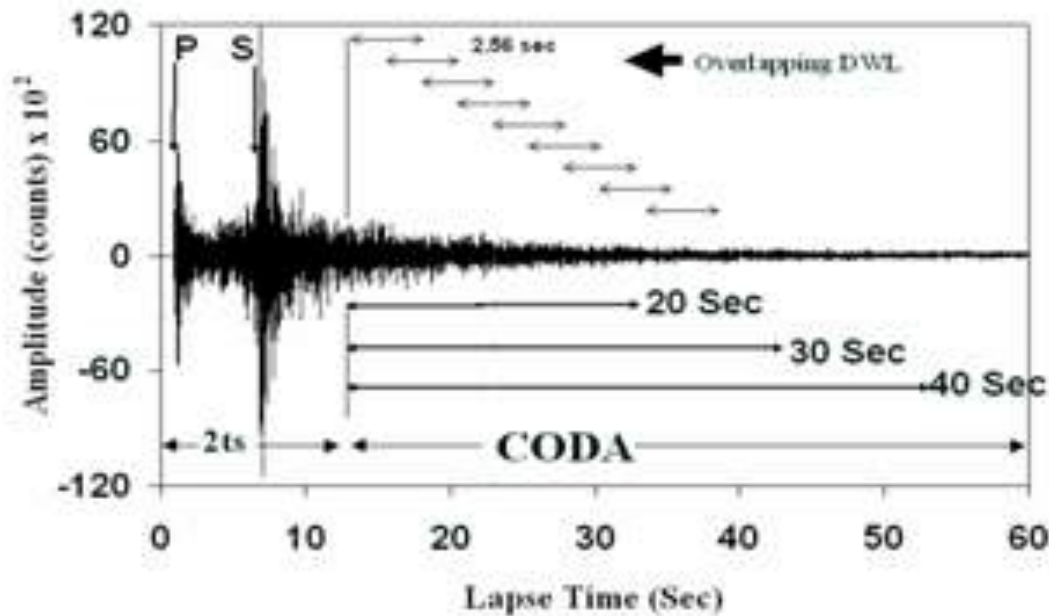
A grande distanza dalla sorgente l'effetto di attenuazione anelastica è dominante sull'effetto di attenuazione geometrica;

L'effetto di anelasticità della Terra produce una selezione della banda di frequenze emesse, attenuando maggiormente le alte frequenze.



Fissati Q e r l'effetto di attenuazione anelastica è tanto maggiore quanto più elevata è la frequenza

Attenuazione per *scattering*



Un sismogramma consiste di una serie di fasi sismiche generate per riflessioni o conversioni P-S, S-P alle discontinuità entro la Terra. Oltre a ciò, un significativo ammontare di energia viene prodotto per *scattering* causato dall'interazione del campo d'onda con eterogeneità del mezzo a scala minore. Eterogeneità a piccola scala causano il fenomeno dello *scattering* che fraziona l'energia sismica in una sequenza di arrivi che vengono definiti **onde di coda**.

L'ampiezza del segnale di coda viene descritta da una relazione del tipo:

$$A(f, t) = d^{-n} e^{-\frac{\pi ft}{Q_c}} \quad (1)$$

In cui il termine d^{-n} rappresenta l'effetto di attenuazione geometrica ($n=1$ per onde di volume; $n=0.5$ per onde di superficie). Q_c è il fattore di qualità per *scattering*.

$$\frac{1}{Q_{tot}} = \frac{1}{Q_I} + \frac{1}{Q_c} \quad (2)$$

Il fattore di qualità per *scattering* (Q_c) è legato al fattore di qualità intrinseco (Q_I), dovuto alla anelasticità della Terra, attraverso la relazione (2), in cui Q_{tot} rappresenta il fattore di qualità totale, dovuto alla somma dei due effetti.