

**ANNO ACCADEMICO 2017/2018**

**CORSO di STUDIO in SCIENZE BIOLOGICHE  
INSEGNAMENTO in MATEMATICA E STATISTICA**

**DOCENTE Prof.ssa IMPERATORE DIANA**

**Prerequisiti** Richiami di teoria degli insiemi e logica elementare. Numeri reali e loro proprietà. Equazioni e disequazioni. Intervalli.

### **1. Elementi di teoria degli insiemi**

Le nozioni di: insieme, uguaglianza, appartenenza, inclusione. Proprietà definite in un insieme. Operazioni di: unione, intersezione, complemento. Prodotto cartesiano tra due o più insiemi. Relazioni binarie in un insieme. La nozione di funzione. Immagine e controimmagine di un insieme tramite una funzione. Funzioni: iniettive, suriettive, biettive, inverse, composte.

### **2. I numeri reali**

L'insieme  $\mathbb{R}$  dei numeri reali. Operazioni definite in  $\mathbb{R}$ . Relazione d'ordine totale in  $\mathbb{R}$ . Massimo e minimo di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ . Estremo inferiore ed estremo superiore di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ . Completezza di  $\mathbb{R}$ . I numeri: interi, razionali e irrazionali. Densità di  $\mathbb{Q}$  in  $\mathbb{R}$ . Intervalli di  $\mathbb{R}$ . L'insieme ampliato dei numeri reali. Insiemi separati, insiemi contigui. Rappresentazione geometrica di  $\mathbb{R}$ . Insiemi finiti e insiemi infiniti. Insiemi numerabili. I numeri naturali e la proprietà di Archimede. Valore assoluto di un numero reale. Potenza con esponente intero, radice  $n$ -ma di un numero reale non negativo, potenza con esponente reale e logaritmo di un numero reale positivo. Polinomi.

### **3. Funzioni reali di una variabile reale**

Rappresentazione geometrica di  $\mathbb{R}^2$ . Massimo e minimo di una funzione. Intervallo di variazione. Funzioni limitate inferiormente o superiormente. Estremo superiore, estremo inferiore. Funzioni: monotone, strettamente monotone, pari, dispari, periodiche. Le funzioni elementari: proprietà e grafici. Funzioni: potenza  $n$ -ma, radice  $n$ -ma, esponenziale, logaritmo, potenza con esponente reale. Misura in gradi e in radianti di un angolo. Funzioni trigonometriche e loro inverse. Le equazioni e le funzioni elementari. Le disequazioni e le funzioni elementari.

### **4. Limiti e continuità**

Definizione di limite. *Unicità del limite*. *Teoremi del confronto* e teorema della permanenza del segno. *Teorema dei carabinieri*. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. *Limite fondamentale della funzione seno*. Calcolo di limiti. Asintoti. Infiniti, infinitesimi e loro ordine. Funzioni continue e loro proprietà. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri e teorema di Bolzano.

### **5. Successioni e serie**

Limiti, somme e loro proprietà. Il numero di Nepero.

### **6. Derivate**

Definizione di derivata. Interpretazione geometrica della derivata. *Derivabilità e continuità*. *Regole di derivazione*. Calcolo di derivate. Cenni sulle equazioni differenziali elementari. Teorema di Rolle. Teoremi di Lagrange, Cauchy e conseguenze. Caratterizzazione delle funzioni monotone in intervalli. Regola di de l'Hospital-Bernoulli. Cenni sullo sviluppo di Taylor. Massimi e minimi di funzioni. *Condizioni necessarie e*

condizioni sufficienti per estremi relativi al primo e secondo ordine. Teorema di Fermat. Convessità, concavità e loro caratterizzazione. Studio del grafico di una funzione.

## **Integrali**

Aree orientate, somme di Riemann. Definizione di integrale definito e proprietà. Proprietà additiva. Teorema della media. Significato della media integrale. *Primo teorema fondamentale del calcolo integrale*. Primitive e integrale indefinito. Caratterizzazione dell'integrale indefinito a meno di una costante additiva. *Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale*. Proprietà dell'integrale indefinito. Integrali immediati. Integrazione per sostituzione e per parti. Calcolo di integrali indefiniti. Integrazione di funzioni razionali. Integrali impropri.

## **Calcolo delle probabilità e statistica**

Spazio degli eventi e assiomi della probabilità. Eventi incompatibili. Eventi semplici e composti. Spazi discreti e continui. Probabilità uniforme. Calcolo della probabilità di eventi in spazi di probabilità uniforme. Probabilità condizionata. *Teorema di Bayes*. *Legge dell'alternativa*. Eventi indipendenti. Distribuzione di Bernoulli ed applicazioni. (verosimiglianza). Campioni e popolazione. Variabili aleatorie (V.A.). V.A. indipendenti. Media, varianza e deviazione standard di V.A.: loro proprietà. V.A. continue. Densità di probabilità e loro caratterizzazione. V.A. binomiali, uniformi, esponenziali, normali. Campioni e popolazione. Cenni sul test di chi-quadro.

**N.B.:** Per gli argomenti sopra elencati sono richieste le dimostrazioni di quelli scritti in corsivo.

### **Riferimenti bibliografici:**

M. Abate: **Matematica e statistica. Le basi per le scienze della vita**, McGraw-Hill